**MATEMATИКA**

**Циљ и задаци**

**Циљ** наставе математике је да ученици усвоје знања, развију вештине, формирају ставове потребне за схватање појава и законитости у природи и друштву, формирање научног погледа на свет, решавање разноврсних задатака из струке и свакодневног живота, наставак математичког образовања и самообразовања и развијање личности ученика.

**Задаци** наставе математике су да ученици:

– развијају логичко и апстрактно мишљење;

– развијају способности јасног и прецизног изражавања и коришћења основног математичко-логичког језика;

– развијају способности одређивања и процене квантитативних величина и њиховог односа;

– разликују геометријске објекте и њихове узајамне односе и трансформације;

– разумеју функционалне зависности, њихово представљање и примену;

– развијају способности сагледавања струковних проблема и њиховог математичког моделовања и решавања;

– развијају систематичност, уредност, прецизност, темељност, истрајност, критичност у раду, креативност и формирају систем вредности;

– развијају радне навике и унапреде способности за самостални и групни рад;

– стекну знања и вештине применљиве у савладавању наставних програма других предмета;

– унапреде способност коришћења различитих извора информација и стручне литературе;

– формирају свест о универзалности и примени математичког начина мишљења;

– буду подстакнути за стручни развој и усавршавање у складу са индивидуалним способностима и потребама струке и друштва;

– унапреде способности решавања различитих проблема и нових ситуација у процесу рада и свакодневном животу.

**ПРОГРАМ М9 (3+3+2+2)**

**Четворогодишње образовање**

**I РАЗРЕД
(3 часа недељно, 111 часова годишње)**

**Логика и скупови (9)**

Основне логичке и скуповне операције. Важнији закони закључивања. Основни математички појмови, дефиниција, аксиома, теорема, доказ. Декартов производ. Елементи комбинаторике (пребројавање коначних скупова): правило збира и правило производа.

**Реални бројеви (5)**

Преглед бројева, операције, поље реалних бројева. Приближне вредности реалних бројева (грешке, граница грешке, заокругљивање бројева).

**Пропорционалност величина (8)**

Размера и пропорција, пропорционалност величина (директна, обрнута, уопштење), примене (сразмерни рачун, рачун поделе и мешања). Процентни рачун, каматни рачун. Таблично и графичко приказивање стања, појава и процеса.

**Увод у геометрију (8)**

Тачка, права и раван. Односи припадања и распореда. Мећусобни положаји тачака, правих и равни.

Дуж, угао, диедар.

Нормалност правих и равни. Угао између праве и равни, угао између две равни.

**Изометријске трансформације (21)**

Подударност фигура, подударност троуглова, изометријска трансформација.

Вектор, једнакост вектора и операције са векторима, примене. Транслација.

Ротација.

Симетрија (осна, централна, раванска).

Примене изометријских трансформација у доказним и конструктивним задацима о троуглу, четвороуглу, многоуглу и кругу.

**Рационални алгебарски изрази (14)**

Полиноми и операције са њима, дељивост полинома. Растављање полинома на чиниоце. Важније неједнакости (доказивање).

Операције са рационалним алгебарским изразима (алгебарски разломци).

**Линеарне једначине и неједначине. Линеарна функција (18)**

Линеарне једначине са једном и више непознатих.

Еквивалентност и решавање линеарних једначина са једном непознатом.

Линеарна функција и њен график.

Систем линеарних једначина са две и три непознате (разне методе решавања).

Примена линеарних једначина и система линеарних једначина на решавање различитих проблема.

Линеарне неједначине са једном непознатом и њихово решавање. Неједначине облика (ах + b)(сх +d)< 0 (где је знак < могуће заменити било којим од следећих знакова >, ≥, ≤).

**Хомотетија и сличност (10)**

Размера и пропорционалност дужи. Талесова теорема и њена примене.

Хомотетија, хомотетија и сличност.

Сличност троуглова, примена код правоуглог троугла, Питагорина теорема. Примена сличности у решавању конструктивних и других задатака.

НАПОМЕНА: Обавезна су четири двочасовна школска писмена задатка са једночасовним исправкама (12).

**II РАЗРЕД**

**(3 часа недељно, 108 часова годишње)**

**Степеновање и кореновање (18)**

Степен чији је изложилац цео број, операције, децимални запис броја у стандардном облику.

Функција у=хn (n ∈ N) и њен график.

Корен; степен чији је изложилац рационалан број. Основне

операције са коренима.

Комплексни бројеви и основне операције са њима.

**Квадратна једначина и квадратна функција (26)**

Квадратна једначина са једном непознатом и њено решавање, дискриминанта и природа решења квадратне једначине.

Вијетове формуле и њихове једноставније примене. Растављање квадратног тринома на линеарне чиниоце.

Квадратна функција и њен график, екстремна вредност. Простије квадратне неједначине.

Простији системи једначина са две непознате који садрже квадратну једначину (квадратна и линеарна, две чисто квадратне

једначине).

Простије ирационалне једначине.

**Експоненцијална функција, логаритамска функција (17)**

Експоненцијална функција и њено испитивање (својства, график). Једноставније експоненцијалне једначине.

Појам инверзне функције.

Појам логаритма, основна својства. Логаритамска функција и њен график.

Основна правила логаритмовања, антилогаритмовање. Декадни логаритми. Примене логаритама (геометрија, нумеричка математика, пракса).

**Елементи тригонометрије (32)**

Тригонометријске функције оштрог угла. Основне тригонометријске идентичности. Таблице вредности тригонометријских функција.

Решавање правоуглог троугла.

Уопштење појма угла (мерење угла, радијан). Тригонометријске функције ма ког угла, свођење на први квадрант, периодичност.

Графици основних тригонометријских функција. График функције у=Аsin(ах+b).

Адиционе теореме (без доказа) и неке њихове последице. Једноставније тригонометријске једначине (sinax=b и сл.).

Синусна и косинусна теорема, решавање троугла. Примене тригонометрије (у метричкој геометрији, физици, пракси).

НАПОМЕНА: Обавезна су четири двочасовна школска пи­ смена задатка са једночасовним исправкама (12).

**III РАЗРЕД**

**(2 часа недељно, 72 часова годишње)**

**Полиедри (17)**

Полиедар, правилан полиедар.

Призма и пирамида, равни пресеци призме и пирамиде.

Површина полиедра, површина призме, пирамиде и зарубљене пирамиде.

Запремина полиедра (квадра, призме, пирамиде и зарубљене пирамиде).

**Обртна тела (11)**

Цилиндрична и конусна површ, обртна површ.

Прав ваљак, права купа, зарубљена права купа и њихове површине и запремине. Сфера и лопта, сфера и раван. Површина и запремина лопте.

**Аналитичка геометрија у равни (22)**

Растојање две тачке. Подела дужи у датој размери. Површина троугла.

Права: разни облици једначине праве, угао између две праве, растојање тачке од праве. Линеарне неједначине са две непознате и њихови системи (графичка интерпретација).

Криве линије другог реда: кружница, елипса, хипербола, парабола (једначина, однос праве и криве линије другог реда, тангента).

**Низови (8)**

Основни појмови о низовима, гранична вредност низа. Аритметички низ. Геометријски низ. Неке примене низова.

НАПОМЕНА: Обавезна су четири двочасовна школска пи­ смена задатка са једночасовним исправкама (12).

**IV РАЗРЕД**

**(2 часа недељно, 62 часа годишње)**

**Елементи привредне математике (8)**

Улози на штедњу.

Сложени каматни рачун (појам, израчунавање крајње и почетне вредности капитала, израчунавање каматне стопе и времена).

**Функције (12**)

Важнији појмови о функцијама једне променљиве (дефинисаност, парност, монотоност, периодичност, нуле). Преглед важнијих елементарних функција, полиноми.

Непрекидност функције (геометријски смисао). Гранична вредност функције.

**Извод функције (12)**

Прираштај функције. Извод функције (преко проблема тангенте и брзине). Основне теореме о изводу, изводи елементарних функција.

Испитивање функција (уз примену извода), график функције.

**Вероватноћа и статистика (20)**

Случајни догађаји. Вероватноћа. Условна вероватноћа и независност.

Случајне променљиве. Биномна и нормална расподела. Средња вредност и дисперзија.

Популација, обележје и узорак. Основни задаци математичке статистике. Прикупљање, сређивање, графичко приказивање и нумеричка обрада података.

НАПОМЕНА: Обавезна су четири двочасовна школска пи­ смена задатка са једночасовним исправкама (12).

**НАЧИН ОСТВАРИВАЊА ПРОГРАМА**

Битне карактеристике програма

Основне карактеристике програма математике су: усклађеност са програмом математике за основну школу; заступљеност заједничких садржаја из програма математике за гимназије и стручне школе; логичка повезаност садржаја, посебно са аспекта развоја математике; настојање, где год је то било могуће, да садржаји математике претходе садржајима других предмета у којима се математика примењује; заступљеност оних елемената развоја математике који чине основу математичке културе свих свршених ученика средњих школа; хоризонтална и вертикална усклађеност између програма математике за поједине групације струка и степена стручне спреме, као и између ових програма и програма за поједине смерове у гимназији (распоред тема по разредима, њихов обим, основни захтеви и сл.).

При избору садржаја програма била је врло значајна образовна и васпитна функција наставе математике и њен допринос даљем оспособљавању ученика да логички мисле и стваралачки приступају решавању различитих проблема, јер таква оспособљеност (захваљујући адекватним математичким садржајима и методама) има широки утицај на многобројне делатности и омогућава касније ефикасно учење.

Веома су значајни и практични циљеви наставе математике. То значи да се води рачуна о примени математике у животу, пракси и другим научним областима које ученици на овом когнитивном нивоу изучавају или ће их учити касније.

За реализацију циља и задатака наставе математике изабрани садржаји програма су довољно приступачни свим ученицима. Они такође могу и стимулативно деловати на ученике, јер они имају могућност да их усвоје и на нешто вишем нивоу (већи степен апстракције и генерализације, синтезе и примене, стваралачко решавање проблема). У вези с тим, строгост у интерпретацији садржаја треба да буде присутна у прихватљивој мери, уз ослањање на математичку интуицију и њено даље развијање. Мотивација и интуитивно схватање проблема треба да претходе строгости и критичности, а излагање градива мора бити праћено добро одабраним примерима. Након довољног броја урађених примера треба приступити генералисању појма, чињенице и сл. Наиме, школска математика не може бити сасвим формализована, тј. изложена строго дедуктивно. Колико ће она строга бити одређује уџбеник и наставник математике (у зависности од фонда часова, састава одељења и предзнања ученика).

ОБЈАШЊЕЊЕ САДРЖАЈА ПРОГРАМА

(Посебне напомене о обради програмских тема)

Неке опште напомене

1. Да би се остварио постављени циљ, наставе математике, неопходно је у току наставе успешно реализовати одређене образовне, васпитне и практичне задатке, истакнуте, на почетку програма.

Услови за успешну реализацију програма математике су: пра­ вилно планирање и редовно припремање наставника за извођење наставе; целисходно коришћење фонда часова и добро организован наставни процес; комбинована примена савремених наставних метода и разноврсност облика рада са ученицима, уз смишљено одабирање и припремање примера и задатака и употребу одговарајућих наставних средстава, учила за наставу математике и рачунара. Све то треба да одрази интенције програма: подизање нивоа наставе и њену актуелизацију, стварање услова у којима ће ученици сопственим напорима усвајати трајна и активна математичка знања и оспособљавати се за примену тих знања и стицање нових знања.

Тако организована и извођена настава математике, уз пуно интелектуално ангажовање ученика у свим фазама наставног процеса, у већој мери је ефикасна и продуктивна. Такође подстиче самоиницијативу ученика у стицању знања и доприноси изграђивању радних навика и подизању радне културе ученика (што је и важан васпитни задатак наставе).

2. Реализација програма математике, посебно у I разреду, треба да представља природан прелаз од наставе у основној школи и да се заснива на већ стеченим математичким знањима ученика (што омогућава доста добра вертикална повезаност програма математике у средњим школама и основној школи). Објективна ситуација изискује и извесно систематско утврђивање и обнављање оних садржаја из програма основне школе на којима се заснива обрада садржаја у средњој школи, а то се може постићи интегрисањем појединих садржаја из основне школе у обраду нових садржаја на оном месту где је то потребно и у оној фази наставе када је то актуелно (обнављање на самом часу и самостално обнављање од стране ученика кроз домаћи рад и сл.). То претпоставља смишљено и студиозно планирање градива од стране наставника.

3. У погледу математичке терминологије мора постојати континуитет у односу на коришћену (прописану) терминологију у основној школи.

4. Ради осавремењивања наставе математике и ефикаснијег усвајања садржаја, пожељно је да се обезбеди и присуство рачунарске подршке у настави математике (у почетној фази у фронталном облику рада и уз коришћење узорних демонстрационих програмских апликација, уколико нема услова за масован индивидуални рад ученика на рачунару у оквиру наставе математике).

Објашњење садржаја – начин реализације

(начин остваривања програма)

За све програме (М4 – М14) даје се заједничко објашњење садржаја програма – начин остваривања програма, с тим што се евентуалне разлике које се односе на поједине програме, односно садржаје, наводе у одговарајућем делу.

Овде се укратко указује само на оно што је најбитније у свакој теми програма (важни појмови, чињенице, идеје, методе и др.), тј. на оно што је основни циљ при реализацији садржаја, без обзира на број часова предвиђених за одређену тему. Наравно, уколико је број часова већи, садржаји теме треба да буду обрађени и усвојени у већој мери (и у дубину и у ширину). Тако, на пример, свака тема из програма М14 реализоваће се знатно шире и дубље него у осталим програмима. Ово ће у извесној мери зависити и од кон­ кретне ситуације (природа струке, састав одељења, други услови).

I РАЗРЕД

Логика н скупови. Ову тему треба реализовати кроз понављање, продубљивање и допуњавање оног што су ученици учили у основној школи. Ови логичко­скуповни садржаји (исказ, формула, логичке и скуповне операције, основни математички појмови, логичко закључивање и доказивање тврдњи) су извесна основа за виши ниво дедукције и строгости у реализацији осталих садржаја програма математике на овом нивоу образовања и васпитања ученика. При томе, нагласак треба да буде на овладавању математичко­логичким језиком и разјашњавању суштине значајних математичких појмова и чињеница, без превеликих формализација.

Важан моменат у спречавању формализма и усмеравању пажње у настави математике на суштинска питања јесте правилно схватање улоге и места логичко­скуповне (па и геометријске) терминологије и симболике. Симболика треба да се користи у оној мери у којој олакшава изражавање и записе (а не да их компликује), скраћује време (а не да захтева додатна објашњења), помаже да се градиво што боље разјасни (а не да отежава његово схватање).

Елементе комбинаторике објаснити на једноставнијим примерима и задацима, као примену основних принципа пребројавања коначних скупова. Треба имати у виду да обрадом ових садржаја није завршена и изградња појединих појмова, јер ће се они дограђивати и у каснијим програмским темама.

Реални бројеви. У краћем прегледу бројева од природних до реалних, треба извршити систематизацију знања о бројевима стеченог у основној школи, посебно истичући принцип перманенције својстава рачунских операција. При томе посебну пажњу обратити на својства рачунских операција, као основу за рационализацију рачунања и трансформације израза у оквиру других тема. У зависности од конкретне ситуације, ово се може дати и на нешто вишем нивоу. Посебну пажњу треба посветити обради приближних вредности. При томе ученик треба да схвати да рачунање са реалним бројевима најчешће значи рачунање са приближним вредностима.

Пропорционалност величина. Карактеристика ове теме је што у њој долази до изражаја повезивање и примена разних математичких знања. На бази проширивања и продубљивања раније стечених знања, основну пажњу треба посветити примени функција директне и обрнуте (у основној школи се не обрађује детаљно) пропорционалности и пропорција у решавању разних практичних задатака, повезујући то са табличним и графичким приказивањем одређених стања, процеса и појава.

Увод у геометрију. Ово је уводна тема у геометрију, нарочито у погледу упознавања ученика са аксиоматским приступом изучавању геометрије (основни и изведени појмови и ставови, дефиниције важнијих геометријских фигура). Полазећи од посебно изабраних аксиома припадања, распореда и паралелности треба на неколико једноставнијих примера упознати ученике са суштином и начином доказивања теорема.

Подударност, изометријске трансформације. Обрада садржаја из ове теме (подударност, вектори, изометријске трансформације) треба да буде наставак онога што се о томе учило у основној школи. Појам вектора изградити до нивоа неопходног за ефикасну примену. Кроз понављање треба истаћи основна својства сваке од изучаваних изометрија, а нешто више обрадити изометријске трансформације као пресликавања равни у саму себе, њихову класификацију и нарочито њихове примене (као метода) у доказним и конструктивним задацима у вези са троуглом, четвороуглом и кружницом. Трансформације користити у оној мери у којој олакшавају изучавање одређених садржаја геометрије.

Рационални алгебарски изрази. Циљ ове теме је да ученици, користећи својства операција са реалним бројевима, овладају идејама и поступцима вршења идентичних трансформација поли­ нома и алгебарских разломака. При томе тежиште треба да буде на разноврсности идеја, сврси и суштини тих трансформација, а не на раду са компликованим изразима. Одређену пажњу треба посветити важнијим неједнакостима (доказивање и примена: неједнакост између средина и др.).

Линеарне једначине н неједначине. Линеарне функције. У оквиру ове теме треба извршити продубљивање и извесно проши­ ривање знања ученика о линеарној функцији, линеарним једначинама и неједначинама, која су стекли у основној школи, истичући појам еквивалентности једначина и неједначина и примену у њиховом решавању. Треба узимати и примере једначина у којима је непозната у имениоцу разломка, као и оне које садрже један или два параметра.

У сваком случају, треба избегавати једначине и неједначине са сувише сложеним изразима. На неколико једноставнијих примера може се показати и решавање система линеарних једначина са више од две непознате. У овој теми тежиште треба да буде на примени једначина на решавање разних проблема. Приликом обраде неједначина и система неједначина са једном непознатом ограничити се само на оне које не садрже параметре. Решења неједначина записивати на више начина (опредељујући се за најприхватљивији), користећи при томе првенствено унију и пресек скупова.

Хомотетија и сличност. У оквиру ове теме, поред мерења дужи (повезујући самерљивост дужи с карактером размере њихових дужина) и усвајања Талесове теореме (са применама), ученици треба да упознају хомотетију као једну трансформацију равни која није изометријска, а сличност као композицију хомотетије и изометрије (односно, хомотетију као трансформацију сличности), као и да уоче практичне примене сличности. Посебно треба да схвате суштину метода сличности у решавању рачунских и конструктивних задатака. Значајна је примена сличности у доказивању појединих теорема (Питагорине и др.). Може се обрадити и однос површина сличних многоуглова (у виду задатка). Одговарајућу пажњу треба посветити примени Питагорине теореме у рачунским и конструктивним задацима.

Тригонометрија правоуглог троугла. (У програмима М6­ М8 и М12­М14. У осталим програмима садржаји ове теме су у II разреду (М9­М11) или III разреду (М5) у оквиру теме „Елементи тригонометрије”.) Ученици треба да схвате везе између страница и углова правоуглог троугла (дефиниције тригонометријских функција оштрог угла), њихове последице и примене. При решавању правоуглог троугла треба се ограничити на једноставније и разно­ врсне задатке.

II РАЗРЕД

Степеновање и кореновање. У овој наставној теми треба посветити пуну пажњу усвајању појма степена и корена и савлађивању операција са њима (на карактеристичним, али не много сложеним задацима). Од посебног је значаја релација √ а²=│а│, а такође и децимални запис броја у тзв. стандардном облику а • 10n , где је 1< а <10 и n ∈ Z. Рационалисање обрадити на примерима у којима су имениоци облика: √a,√a ± √b. Функцију у = хn испитивати само у неколико случајева (за n ≤ 4), са закључком о облику графика када је изложилац n паран и када је непаран број. У вези са комплексним бројевима треба обрадити само основне појмове и чињенице које ће бити неопходне при изучавању садржаја о квадратној једначини.

Квадратна једначина и квадратна функција. Садржаји ове теме значајни су са становишта систематског изграђивања алгебре и практичних примена. Треба решавати и једначине са непознатом у имениоцу разломка, које се своде на квадратне једначине, као и једноставније једначине са параметрима. Посебну пажњу посветити примени квадратних једначина и неједначина у решавању разноврсних, а једноставнијих проблема. Неопходно је да ученици добро науче да скицирају и „читају” график квадратне функције. При испитивању квадратне функције у већој мери треба користити управо њен график (његову скицу), не инсистирајући много на одређеној „шеми испитивања функције” у којој цртање графика долази тек на крају. Квадратне неједначине треба решавати користећи знања о знаку квадратног тринома, као и знања о решава­ њу линеарних неједначина. Решавати и једноставније ирационалне једначине (у програмима М12­М14). Тригонометријске функције (У програмима М12­М14. У програмима М9­М11 у ову тему, али под називом „Елементи тригонометрије”, укључени су (на почетку) и садржаји из подтеме „Тригонометрија правоуглог троугла”. У програмима М5­М7 тема је у III разреду.) При дефинисању и уочавању својстава тригоно­ метријских функција ма ког угла и тзв. свођењу на први квадрант треба користити тригонометријски круг, као и симетрију (осну и централну). Упоредо са одређивањем вредности тригонометријских функција, треба решавати и тригонометријске једначине облика: sin ах =b, cos ах =b, tg ах=b. Ученици треба да схвате да се многи научни и технички проблеми моделују тригонометријским функцијама, па је зато неопходно настојати да упознају основна својства ових функција, а првенствено да умеју скицирати и „читати” њихове графике. Посебну целину у тригонометријским садржајима представљају адиционе теореме и њихове последице. Оне су значајне не само за одређене идентичне трансформације у самој тригонометрији, већ и за примене у неким другим предметима. Зато овој целини треба посветити велику пажњу и градиво добро увежбати. Упознавањем синусне и косинусне теореме ученици треба да схвате да се проширују могућности примене тригономе­ трије на решавање ма којег троугла, као и на решавање разних проблема из метричке геометрије, физике и посебно струковне праксе.

Експоненцијална и логаритамска функција. Приликом обраде ових функција, за уочавање њихових својстава користити првенствено графичке интерпретације. На једноставним примерима упознати одређивање логаритама без употребе џепних рачунара (у циљу продубљивања појма логаритма). Логаритмовање обрадити у мери неопходној за практичне примене (уз коришћење џепних рачунара).

III РАЗРЕД

Полиедри и обртна тела. (У програмима М9­М14. У осталим програмима ова тема је у II разреду.) У обради ових садржаја (у ствари, продубљивању и допуњавању знања која о њима ученици већ имају) значајно је да ученици већ усвојене основне појмове и чињенице просторне геометрије умеју успешно да примењују у решавању задатака (једноставнијих), укључујући и оне практичне природе (одређивање запремине модела неког геометријског тела, конкретне грађевине или предмета, ако унапред нису дати неопходни подаци и сл.). Ученици треба да „виде” да се изучавана својства просторних фигура широко користе у пракси, астрономији, физици, хемији и др. Посветити пажњу даљем развијању логичког мишљења и просторних представа ученика, уз позивање на очигледност, коришћење модела (или приручних средстава) и правилно скицирање просторних фигура. Рационалније је и боље прво наћи решење задатка у „општем облику”, па онда замењивати дате податке. Корисно је повремено од ученика захтевати да дају процену резултата рачунског задатка (нпр. запремине, површине). Може се као задатак дати одређивање односа површина и односа запремина сличних полиедара и сличних обртних тела, као и одређивање полупречника уписане или описане сфере одређеног геометријског тела. Обрасце за површину и запремину лопте и њених делова није потребно изводити.

Вектори. У овој теми ученици упознају координате вектора, дефиницију и смисао скаларног, векторског и мешовитог производа вектора. Од посебног значаја је координатна интерпретација скаларног, векторског и мешовитог производа и њихова примена (одређивање угла између два вектора, израчунавање површине и запремине фигура, неке примене у физици и др.).

Аналитичка геометрија у равни. Основни циљ у реализацији ове теме јесте да ученици схвате суштину координатног си­ стема и његову ефикасну примену. На основу својстава праве и кривих линија другог реда, ученици треба да умеју да формирају њихове једначине и испитују међусобне односе тих линија. Повезати примену аналитичког апарата са решавањем одређених задатака из геометрије.

Елементи лннеарне алгебре и линеарног програмирања.

(Са овим називом и садржајима само у програму М13. Део ових садржаја, као тема „Елементи линеарног програмирања”, изучава се у програмима М7, М11 и М12). У оквиру ове теме ученици треба да продубе и прошире знање о системима линеарних једначина са две непознате, да упознају линеарну неједначину са две непознате, системе линеарних неједначина са две непознате (све то уз графичку интерпретацију) и да упознају суштину проблема линеарног програмирања (решавањем карактеристичних примера). Ови садржаји пружају могућност за повезивање раније стечених знања о једначинама, неједначинама и неким геометријским појмовима.

Један део садржаја из програма М7, М11 и М12 (линеарне једначине, неједначине и системи ) укључен је у тему „Аналитичка геометрија у равни” (садржаји о правој), док су остали издвојени у посебну тему „Елементи линеарног програмирања”.

Математичка индукција. (Математичка индукција изучава се само у програмима М12­М14 у теми „Математичка индукција. Низови”). Ученици треба да схвате значај и суштину математичке индукције као посебног и ефикасног метода у математици за доказивање појединих тврђења. Овај метод треба увести и увежбати помоћу што једноставнијих примера.

Низови. На подесним и једноставним примерима објаснити појам низа као пресликавања скупа N у скуп R, уз графичку интерпретацију. Као значајне примере низова обрадити аритметички низ и геометријски низ (дефиниција – основно својство, општи члан, збир првих n чланова). Појам граничне вредности бесконачног низа увести на једноставним примерима. Извести образац за збир чланова беско­ начног геометријског низа, уз илустровање на примерима (периодич­ ни децимални разломци, једноставнији примери из геометрије).

Комплексни бројеви. (Само у програмима М13­М14.) Проширивање знања ученика о бројевима, посебно комплексним, на погодно одабраним задацима и кроз практичну примену.

Елементи привредне и финансијске математике. (Само у програмима М9 (у IV разреду: Улози на штедњу, сложени каматни рачун) и М12.) Користити повезаност ових садржаја са раније изучаваним садржајима (пропорционалност величина, степеновање, логаритми, једначине и др.). Ученици треба да разумеју суштину садржаја и овладају техником израчунавања одређених елемената у оквиру тих садржаја (камата, каматне стопе, крајње вредности износа улога и времена улагања, износа и времена плаћања, и сл.), повезујући то са конкретним примерима из праксе.

IV РАЗРЕД

Функције. Допунити и систематизовати ученичка знања о функцији и њеним основним својствима, а затим направити преглед елементарних функција. Упознавање граничне вредности и непрекидности функције треба да буде на основу интуитивног приступа тим појмовима. Није потребно дуже задржавање на техници одређивања граничне вредности разних функција, већ акценат треба да буде на неколико карактеристичних лимеса.

Извод функције. Прво ученике треба упознати са појмовима прираштаја независно променљиве и прираштаја функције и полазећи од појма средње брзине и проблема тангенте на криву, формирати појам количника прираштаја функције и прираштаја независно променљиве, а затим дефинисати извод функције као граничну вредност тог количника када прираштај независно променљиве тежи нули. Указати на основне теореме о изводу и изводе неких елементарних функција. Уз појам диференцијала и његово геометријско значење треба указати и на његову примену код апроксимације функција. Пажњу посветити испитивању функција и цртању њихових графика користећи извод функције (не узимајући сувише компликоване примере).

Интеграл. Програм предвиђа да се прво обради неодређени интеграл, па је потребно објаснити везу између извода и интеграла и увести појам примитивне функције. Интеграљење објаснити као операцију која је инверзна диференцирању. Поред табеле основних интеграла и њене примене показати и неке методе интеграљења (метода замене и метода парцијалне интеграције). Полазећи од проблема површине и рада, доћи до појма одређеног интеграла као граничне вредности збира бесконачно много бесконачно малих ве­ личина. Указати на основна својства одређеног интеграла, а акценат треба да буде на применама одређеног интеграла.

 Комбинаторика. (Само у програмима М10­М14) На основу раније стечених знања о пребројавању коначних скупова (основни принципи) ученици треба да упознају суштину издвајања, распоређивања и одређивања броја одређених распореда, уочавајући разлику између појединих врста распоређивања објеката (на погодно одабраним примерима). Важно је добро увежбати препознавање појединих врста комбинаторних објеката на довољном и одабраном броју разноврсних задатака. Тек онда треба да уследе одговарајуће формуле за број варијација, пермутација и комбинација. Повезујући биномне коефицијенте са комбинацијама, могу се показати неке примене биномног обрасца.

Вероватноћа и статистика. После увођења појма случајног догађаја увести појам вероватноће (преко појма релативне фреквенције и класичном дефиницијом), као и основне теореме о вероватноћи. На погодно изабраним примерима треба увести појам случајне променљиве и указати на неке њене нумеричке карактеристике и расподеле. Истаћи улогу случајног узорка и статистичког експеримента, а затим објаснити начин прикупљања података, њиховог приказивања и одређивања важнијих статистичких карактеристика.

Елементи финансијске математике. (Само у програму М11) У овој теми долази до изражаја повезивање са многим раније изучаваним садржајима, посебно из области привредне математике. Ученици треба да разумеју суштину појмова финансијске матема­ тике и да на примерима из праксе умеју да направе амортизациони план зајма (са потребним израчунавањима), да врше конверзију зајма и сл.